Osobine kvadratne funkcije

Kvadratna funkcija ima oblik

$$y = ax^2 + bx + c$$

Ispitaćemo osobine kvadratne funkcije i nacrtati grafik.

Postupak

1) Najpre odredimo a,b,c i nadjemo diskriminantu $D = b^2 - 4ac$
2) Tražimo $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ (ako ima)

   $D > 0, x_1 \neq x_2$

   $D = 0, x_1 = x_2$

   $D < 0$, nema x_1, x_2

3) U zavisnost od znaka broja a zaključujemo da li je parabola okrenuta otvorom nagore ili na dole, tj:

   $a > 0 \rightarrow$ smeje se 

   $a < 0 \rightarrow$ mršti se 

4) Parabola uvek seče y-osu u tački (0, c)

5) Nadjemo teme $T(\alpha, \beta)$ $\alpha = -\frac{b}{2a}, \beta = -\frac{D}{4a}$

   $T(\alpha, \beta)$ je max ako je $a < 0$

   $T(\alpha, \beta)$ je min ako je $a > 0$

6) Konstruišemo grafik

Primer 1. **Nacrtaj grafik funkcije**

$$y = x^2 - 6x + 5$$

1)

$a = 1 \qquad D = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = 36 - 20 = 16$

$b = -6$

$c = 5$

2)

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{6 \pm 4}{2}$$

$x_1 = 5$

$x_2 = 1$

3)

$a = 1 > 0 \Rightarrow$ okrenuta otvorom na gore (smeje se)

4)

y-osu seče u tački (0,5)

5)

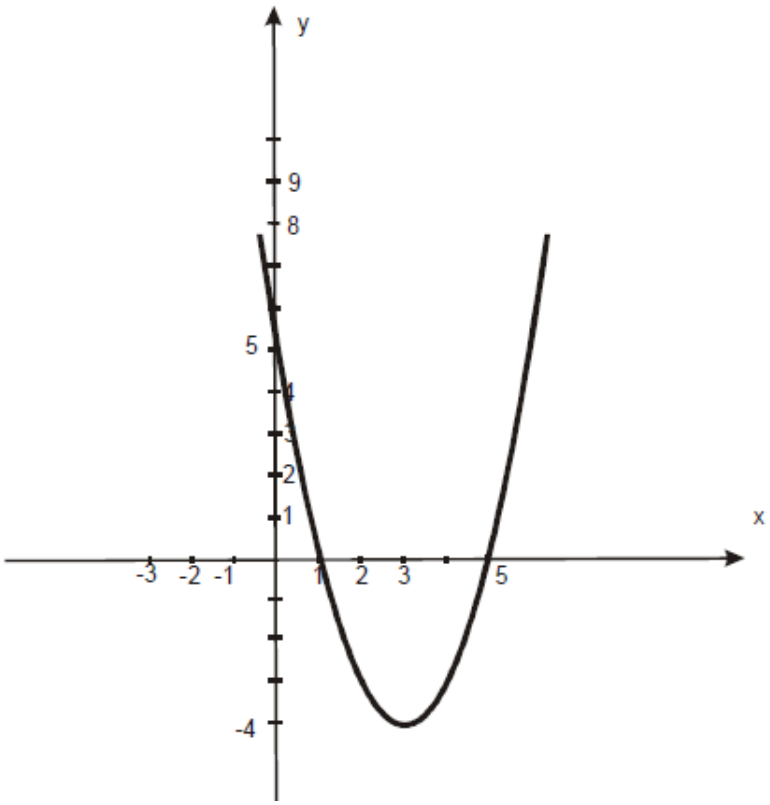
$T(\alpha, \beta)$

$$\alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{-6}{2 \cdot 1} = 3$$

$$\beta = -\frac{D}{4a} = -\frac{16}{4 \cdot 1} = -4$$

$T(3, -4) \rightarrow \min$

6) Grafik:



Primer 2. **Nacrtati grafik funkcije** $y=-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x+6$

1)

$$a=-\frac{1}{2}$$

$$b=\frac{1}{2}$$

$$c=6$$

$$D=\left(\frac{1}{2}\right)^2-4\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot 6=\frac{1}{4}+12=12\frac{1}{4}=\frac{49}{4}$$

2)

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}=\frac{-\frac{1}{2}\pm\frac{7}{2}}{2\left(-\frac{1}{2}\right)}=\frac{-\frac{1}{2}\pm\frac{7}{2}}{-1}\rightarrow x_1=\frac{-\frac{1}{2}+\frac{7}{2}}{-1}=\frac{3}{-1}=-3\rightarrow x_2=\frac{-\frac{1}{2}-\frac{7}{2}}{-1}=\frac{-4}{-1}=4$$

$x_1=-3$

$x_2=4$

3)

$a=-\frac{1}{2}<0\Rightarrow$ okrenuta otvorom na dole (mršti se)

4)

presek sa y-osom je u tački (0,6)

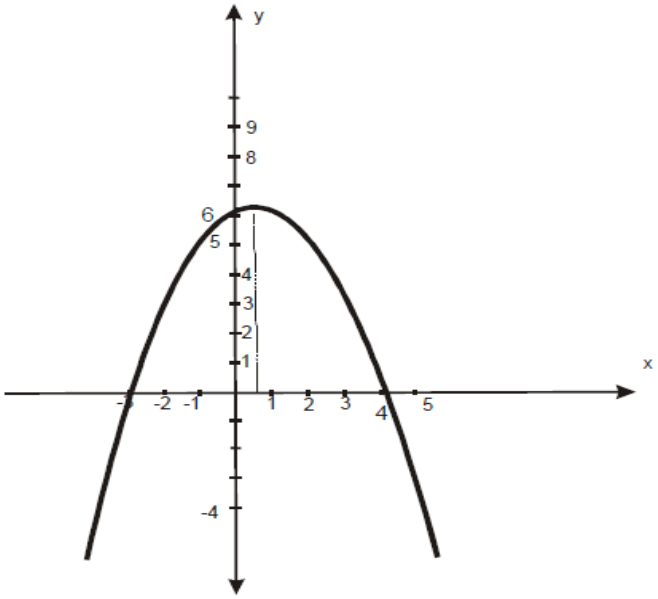
5)

$T(\alpha,\beta)$

$$\alpha=-\frac{b}{2a}=-\frac{\frac{1}{2}}{2\left(-\frac{1}{2}\right)}=\frac{1}{2}$$

$$\beta=-\frac{D}{4a}=-\frac{\frac{49}{4}}{4\left(-\frac{1}{2}\right)}=+\frac{49}{8}=6\frac{1}{8}$$

$T\left(\frac{1}{2},6\frac{1}{8}\right)$



Domaći zadatak:

Nacrtaj grafik funkcija:

a) $y = x^2 - 7x + 10$

b) $y = -x^2 + 10x - 16$